

**УДК 534.21**

**Шиллер Михаил Павлович**

*Студент, УлГУ(Ульяновский государственный университет)*

*Россия, г. Ульяновск*

**Камалетдинова Алина Ильдаровна**

*Студент, УлГУ(Ульяновский государственный университет)*

*Россия, г. Ульяновск*

**Иванова Олеся Сергеевна**

*Студент, УлГУ(Ульяновский государственный университет)*

*Россия, г. Ульяновск*

**Трандин Семён Евгеньевич**

*Студент, УлГУ(Ульяновский государственный университет)*

*Россия, г. Ульяновск*

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФОРМИРОВАНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИК  
СТОЯЧИХ ВОЛН В ОДНОМЕРНЫХ РЕЗОНАТОРАХ**

Аннотация. В данной работе проводится теоретическое исследование условий возникновения и анализа характеристик стоячих волн в одномерных волноводах и резонаторах. Целью является систематизация знаний о фундаментальных принципах резонанса, который лежит в основе акустических и электромагнитных систем. Рассмотрены граничные условия, определяющие спектр допустимых частот (гармоник), и проанализированы различия между резонаторами с открытыми и закрытыми концами. Полученные выводы имеют принципиальное значение для проектирования музыкальных инструментов, фильтров СВЧ-диапазона и архитектурного моделирования помещений.

Ключевые слова: стоячая волна, резонанс, гармоника, одномерный резонатор, граничные условия, акустика, длина волны.

**Shiller Mikhail Pavlovich**

*Student, ULSU(Ulyanovsk State University)*

*Ulyanovsk, Russia*

**Kamaletdinova Alina Ildarovna**

*Student, ULSU(Ulyanovsk State University)*

*Ulyanovsk, Russia*

**Ivanova Olesya Sergeevna**

*Student, ULSU(Ulyanovsk State University)*

*Ulyanovsk, Russia*

**Trandin Semyon Evgenievich**

*Student, ULSU(Ulyanovsk State University)*

*Ulyanovsk, Russia*

# THEORETICAL ANALYSIS OF THE FORMATION AND CHARACTERISTICS OF STANDING WAVES IN ONE-DIMENSIONAL RESONATORS

*Abstract. This paper presents a theoretical study of the conditions for the appearance and analysis of the characteristics of standing waves in one-dimensional waveguides and resonators. The goal is to systematize knowledge about the fundamental principles of resonance, which underlies acoustic and electromagnetic systems. The boundary conditions that determine the spectrum of permissible frequencies (harmonics) are considered, and the differences between resonators with open and closed ends are analyzed. The conclusions drawn are of fundamental importance for the design of musical instruments, microwave filters, and architectural modeling of premises.*

*Keywords: standing wave, resonance, harmonic, one-dimensional resonator, boundary conditions, acoustics, wavelength.*

## Введение

В современной физике и технике волновые процессы играют ключевую роль. Одним из наиболее важных и фундаментальных явлений, возникающих при распространении волн в ограниченном пространстве, является формирование стоячих волн (СВ). Стоячая волна представляет собой результат интерференции двух бегущих волн одинаковой частоты и амплитуды, распространяющихся навстречу друг другу. В отличие от бегущих волн, стоячая волна не переносит энергию в пространстве, а локализует ее в виде узлов и пучностей.

Феномен стоячих волн лежит в основе работы большинства систем, где требуется накопление или селекция волновой энергии: от струн музыкальных инструментов и резонаторов СВЧ-устройств до колебательных контуров лазеров.

Одномерный резонатор — это ограниченная среда, длина  $L$  которой сопоставима с длиной волны  $\lambda$ , что создает условия для многократных отражений и возникновения резонанса. Изучение условий резонанса в таких системах позволяет не только прогнозировать их поведение, но и целенаправленно управлять спектром колебаний.

Актуальность данной работы обусловлена необходимостью точного теоретического моделирования волновых процессов в инженерных задачах, где неконтролируемый резонанс может привести к разрушению

конструкций (например, в сейсмологии или механике), а контролируемый — обеспечивает функциональность устройства (например, настройка радиоприемника).

Целью данного исследования является теоретический анализ формирования спектра собственных частот (гармоник) в одномерном резонаторе, исходя из его граничных условий.

#### Методы и теоретические основы

Формирование стоячей волны происходит только в том случае, если длина резонатора  $L$  удовлетворяет строго определенному условию, связанному с длиной волны  $\lambda$ . Это условие полностью определяется физическими свойствами границ резонатора.

В общем случае волна, отражаясь от границы, может либо сохранить свою фазу, либо изменить ее на противоположную (сдвиг фазы на  $\pi$ ). Точки, где амплитуда колебаний всегда равна нулю, называются узлами, а точки с максимальной амплитудой — пучностями.

Для анализа мы рассматриваем два основных типа одномерных акустических резонаторов:

1. Резонатор с двумя фиксированными/закрытыми концами (Узел-Узел): Это соответствует, например, струне, натянутой между двумя точками, или акустической трубе, закрытой с обеих сторон жесткими стенками. На этих границах амплитуда колебаний всегда равна нулю (узел).

Условие возникновения резонанса: длина резонатора должна быть равна целому числу полуволен:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}, \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \dots$$

Отсюда следует, что собственная длина волны  $\lambda_n$  для  $n$ -й гармоники:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

2. Резонатор с одним открытым и одним закрытым концом (Узел-Пучность): Это соответствует, например, органной трубе, закрытой с одного конца и открытой с другого. На закрытом конце образуется узел, а на открытом — пучность (максимальная амплитуда).

Условие возникновения резонанса: длина резонатора должна быть равна нечетному числу четвертей волны

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda_n}{4}, \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \dots$$

Эти теоретические соотношения демонстрируют дискретность (квантование) спектра собственных частот, которые могут существовать в ограниченной системе. Частота  $f$  при этом определяется через скорость распространения волны  $v$ :  $fn = v / \lambda_n$ .

Результаты теоретического анализа

Результатом применения граничных условий является формирование спектра гармоник — набора частот, на которых резонатор способен эффективно накапливать энергию.

#### 1. Спектр резонатора Узел-Узел:

Гармоники представляют собой целочисленные кратные основной (фундаментальной) частоте  $f_1 = v / 2L$ . Например,  $f_2 = 2 \cdot f_1$ ,  $f_3 = 3 \cdot f_1$  и так далее. Такой спектр называется полным, и именно он характерен для струнных музыкальных инструментов, обеспечивая богатое и гармоничное звучание. Фундаментальной является первая гармоника ( $n=1$ ), при которой длина резонатора равна половине длины волны.

#### 2. Спектр резонатора Узел-Пучность:

Гармоники представляют собой только нечетные кратные основной частоте  $f_1 = v / 4L$ . Например, следующими будут  $f_3 = 3 \cdot f_1$ ,  $f_5 = 5 \cdot f_1$ . Вторая, четвертая и все четные гармоники полностью отсутствуют. Это обусловлено тем, что четные гармоники не могут удовлетворить граничное условие наличия пучности на открытом конце. Такой спектр называется неполным или нечетным и придает уникальное тембровое звучание духовым инструментам с одним закрытым концом.

Таким образом, теоретическая модель, основанная на граничных условиях, позволяет точно предсказать, какой именно набор частот будет генерировать или пропускать данный резонатор. Это является прямым следствием принципа суперпозиции и дискретности волновых чисел в ограниченном пространстве.

Заключение

Проведенный теоретический анализ подтверждает, что стоячие волны являются фундаментальным явлением, которое возникает как результат конструктивной интерференции волн, удовлетворяющих геометрическим ограничениям резонатора.

Основные выводы исследования:

1. Спектр собственных частот резонатора является дискретным и полностью определяется его граничными условиями.
2. В резонаторах с двумя одинаковыми концами (Узел-Узел) формируется полный спектр гармоник, где все частоты кратны фундаментальной.
3. В резонаторах с разными концами (Узел-Пучность) формируется неполный спектр, состоящий только из нечетных гармоник.
4. Понимание граничных условий позволяет инженерам и физикам эффективно управлять волновыми процессами: от точной настройки частоты колебаний в радиотехнике до подавления нежелательных резонансов в строительной акустике.

Перспективы дальнейших исследований заключаются в анализе стоячих волн в двумерных и трехмерных резонаторах (реверберационные камеры, оптические волноводы), где математический аппарат усложняется, но физические принципы остаются неизменными.

Использованные источники

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. — М.: Лань, 2019. — 496 с.
2. Мандельштам Л.И. Лекции по колебаниям: Избранные труды. — М.: Наука, 1972. — 470 с.
3. Франкфурт И.П. Колебания и волны. — М.: Физматлит, 2005. — 368 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 4. Оптика. — М.: Физматлит, 2005. — 792 с.