

Романчукова Е. И., студентка группы МДММ-118

МГПИ им. Евсевьева, г. Саранск

Romanchukova E. I., a student of the MDMM-118 group

Mordovian State Pedagogical University. M.E. Evsevieva, Saransk

**ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ, КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПРОФИЛЬНОЙ
ШКОЛЫ**

**TASKS WITH A PARAMETER AS A MEANS OF DEVELOPING
RESEARCH SKILLS OF STUDENTS OF A SPECIALIZED SCHOOL**

Аннотация: В статье приведены общие исследовательские умения, а так же умения, формируемые в процессе решения задач с параметром.

Ключевые слова: задача с параметром, исследовательские умения, параметр, обучение математике, образование.

Annotation: The article presents General research skills, as well as skills formed in the process of solving problems with the parameter.

Key words: task with a parameter, research skills, parameter, math training, education.

Развитие творческих мыслительных способностей невозможно вне проблемных ситуаций, поэтому особое значение в обучении имеют нестандартные задачи. К ним относятся и задачи, содержащие параметр. Математическое содержание этих задач не выходит за пределы программы, тем не менее, их решение, как правило, вызывает у учащихся затруднения.

До реформы школьного математического образования в 60-х годах в школьной программе и учебниках были специальные разделы: исследование линейных и квадратных уравнений, исследование систем линейных уравнений. Где ставилась задача исследования уравнений, неравенств и систем в зависимости от каких-либо условий или параметров.

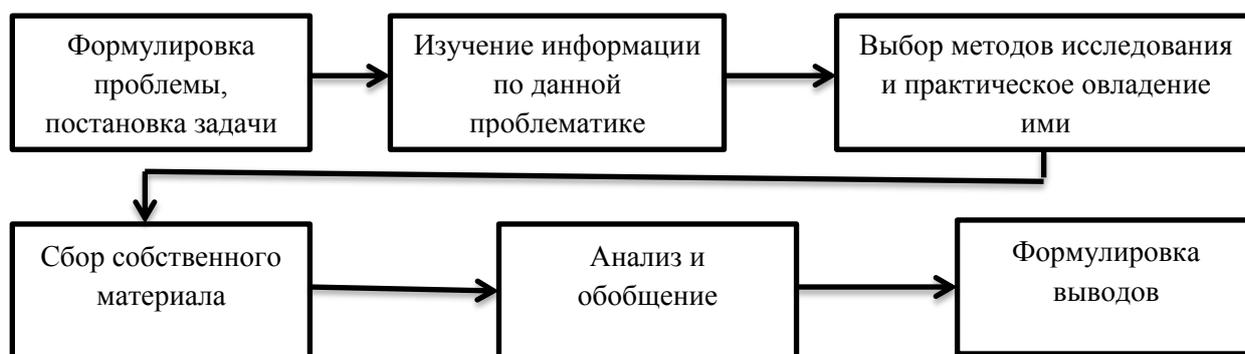
Исследовательская работа – это одно из новых методологических направлений. Она предполагает научное изучение определённой темы. В

России впервые идея исследовательского подхода в обучении была выдвинута просветителем Н.И. Новиковым во второй половине XVIII в.

В школьной практике используется два вида исследовательской деятельности: научно - исследовательская, в результате которой мы получаем новое знание об окружающем мире, и учебно-исследовательская, которая учит универсальному способу получения знаний.

Исследовательская деятельность – деятельность учащихся, связанная с решением творческой исследовательской задачи с заранее неизвестным решением.

Исследовательская деятельность предполагает наличие основных этапов, представленных на схеме.



При осуществлении исследовательской деятельности выделяют следующие умения:

- 1) умение видеть проблемы;
- 2) умение задавать вопросы;
- 3) умение выработать гипотезы;
- 4) умение давать определение понятиям;
- 5) умение классифицировать, умение наблюдать;
- 6) умение проводить эксперименты;
- 7) умение делать выводы и умозаключения;
- 8) умение структурировать материал;
- 9) умение доказывать и защищать свои идеи.

Хорошим средством формирования исследовательских умений служат задачи с параметром. Чтобы выделить исследовательские умения,

которые используются при решении уравнений и неравенств с параметрами, приведем примеры.

Пример 1: При каких значениях a корни уравнения $(a - 2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$ положительны?

Решение:

1) Для начала необходимо рассмотреть случай, когда $a = 2$, так как уравнение принимает вид $-4x + 5 = 0$. Это обычное линейное уравнение, из которого легко найти корень: $x = \frac{5}{4}$. Видим, что он положительный, следовательно, нам подходит (умение анализировать параметрическое уравнение и находить значения параметра, при которых уравнение принимает другой вид).

2) Затем рассматриваем случай, когда $a - 2 \neq 0$. Если $a - 2 \neq 0$, то мы имеем право разделить уравнение на выражение $a - 2$. Получаем квадратное уравнение (умение выполнять равносильные преобразования, учитывая значения параметра):

$$x^2 - \frac{2a}{a-2}x + \frac{a+3}{a-2} = 0$$

3) Так как у соответствующей параболы ветви направлены вверх, то данное уравнение имеет два положительных корня в том случае, если эта парабола пересекает ось OY в точке, находящейся выше нуля (то есть значение данной функции при $x = 0$ положительно), абсцисса вершины параболы положительна, а дискриминант квадратного уравнения неотрицателен. Накладывая все условия на данную квадратичную функцию, получаем (умение анализировать график функции в зависимости от параметра):

$$\begin{cases} \frac{a+3}{a-2} > 0 \\ \frac{a}{a-2} > 0 \\ \frac{6-a}{(a-2)^2} \geq 0 \end{cases}$$

Получаем решение данной системы: $a \in (-\infty; -3) \cup (2; 6]$.

3) Объединяем решения, полученные в предыдущих двух пунктах. В результате получаем окончательный ответ: $a \in (-\infty; -3) \cup [2; 6]$.

Ответ: $a \in (-\infty; -3) \cup [2; 6]$.

Пример 2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|x^2 - 2ax + 7| = |6a - x^2 - 2x - 1|$ имеет более двух корней.

Решение:

Преобразуем исходное уравнение (умение выполнять равносильные преобразования с параметром):

$$\begin{aligned}(x^2 - 2ax + 7)^2 &= (6a - x^2 - 2x - 1)^2 \Leftrightarrow \\(x^2 - 2ax + 7 - 6a + x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2ax + 7 + 6a - x^2 - 2x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 + (1 - a)x + 4 - 3a)(a + 1)(x - 3) &= 0.\end{aligned}$$

Последнее уравнение имеет более двух корней или если $a = -1$, или если уравнение $x^2 + (1 - a)x + 4 - 3a = 0$ имеет два различных корня, отличных от 3 (умение анализировать решение, выраженного через параметр).

$$\begin{cases} (1 - a)^2 - 4(4 - 3a) > 0, \\ 3^2 + (1 - a)3 + 4 - 3a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 10a - 15 > 0, \\ 16 - 6a \neq 0. \end{cases}$$

Откуда $a < -5 - 2\sqrt{10}, -5 + 2\sqrt{10} < a < \frac{8}{3}$ или $a > \frac{8}{3}$.

Исходное уравнение имеет более двух различных корней при

$a < -5 - 2\sqrt{10}$, при $a = -1$, при $-5 + 2\sqrt{10} < a < \frac{8}{3}$ и при $a > \frac{8}{3}$

(умение выражать через параметры корни параметрические уравнения).

Ответ: $(-\infty; -5 - 2\sqrt{10}); -1; (-5 + 2\sqrt{10}; \frac{8}{3}); (\frac{8}{3}; +\infty)$.

Разобрав решение нескольких примеров, можно выделить следующие исследовательские умения, которые применяются при решении уравнений и неравенств с параметрами.

1) умение определять вид уравнения в зависимости от параметра;

2) умение находить значения параметра, при которых уравнение принимает другой вид;

3) умение анализировать уравнение и подбирать необходимый метод решения;

4) умение выполнять преобразования относительно параметра;

5) умение анализировать график функции в зависимости от параметра;

6) умение исследовать графики функций и находить их точки пересечения;

7) умение выражать через параметр неизвестную переменную;

8) умение исследовать функцию на промежутки убывания и возрастания

9) в случае наличия корней (решений) уметь выражать условия наличия того или иного количества корней (решений);

10) умение анализировать решение, выраженное через параметр

11) умение выражать через параметры корни параметрического уравнения.

Сравнивая общие исследовательские умения и исследовательские умения, применяемые при решении параметрических уравнений, можно сделать вывод о том, что серьезным потенциалом в формировании исследовательских умений, таких как умение целенаправленно наблюдать, сравнивать, выдвигать, доказывать или опровергать гипотезу, умение обобщать, обладают уравнения и неравенства с параметрами. Важную роль, конечно же, имеет организация учебного исследования учителем. Обучение приемам мыслительной деятельности, умение осуществлять элементы исследования – эти цели постоянно привлекают внимания учителя, побуждая его находить ответы на многие методические вопросы, связанные с решением рассматриваемой проблемы.

Список использованных источников

1. 5. Ганеев, Х. Ж. Пути реализации развивающего обучения математике [Текст] / Ганеев Х. Ж. - УрГПУ. Екатеринбург, 1997. – 102 с. – ISBN 5-7186-0321-9.

2. Алексеев Н. Г., Леонтович А. В. Критерии эффективности обучения учащихся исследовательской деятельности // Развитие исследовательской деятельности учащихся: Методический сборник. – М.: Народное образование, 2001. – С. 64-68.

3. Амелькин, В. В. Задачи с параметрам : учеб. пособие по математике / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич – 3- е изд. – Минск : Асар, 2004. – 184 с. – ISBN 985-6711-03-7.

4. Голубев, В. И. Решение сложных и нестандартных задач по математике : учебное пособие для учителей, учащихся общеобразовательных школ, студентов педагогических вузов, абитуриентов / В. И. Голубев. – М. : Илекса, 2007. – 252 с. – ISBN 978-5-89237-180-3.

5. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 460 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-09597-5. – Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/452018>