УДК 51

Бугай Н. Р.

студент факультет «Физико-математический»

Воронежский государственный педагогический университет,

г.Воронеж,

Маришина А. А.

студент факультет «Физико-математический»

Воронежский государственный педагогический университет,

г.Воронеж,

учитель математики МБОУ СОШ №47

МОЩНОСТЬ МНОЖЕСТВ КАК ОНА ЕСТЬ

Аннотация. Актуальность выбранной темы обусловлена необходимостью выявления и устранения апорий Зенона в основаниях теории множеств.

Ключевые слова: мощность; степень; отображение множеств; апории Зенона.

Bugai N. R.

student, faculty of Physics and mathematics»

Voronezh state pedagogical University, Voronezh,

Marishina A. A.

student, faculty of Physics and mathematics»

Voronezh state pedagogical University, Voronezh,

math teacher MBOU SOSh № 47

POWER SETS AS IT IS

Abstract. Relevance of the topic chosen due to the need to identify and eliminate the paradoxes of Zeno foundations of set theory.

Keywords: cardinality; degree; mapping of sets; Zeno aporia.

Настоящая статья является прямым продолжением работ автора [1] и [2].

Об эквивалентности множеств различной размерности.

Алгебра работает с теми же объектами, что и теория множеств, и доказывает: отображение плоскости на прямую линию является вырожденным, поэтому биекцией быть не может. Кантор доказывает, что это биекция. Одновременно быть истинными эти результаты не могут. Один из них необходимо ложен.

Но вот уже полтора столетия как алгебраисты утверждают одно, а специалисты по теории множеств – другое. Каждый мирно сосуществует в своем «пространстве», но вечно так продолжаться не может.

Почему математика по настоящее время мирится с этим противоречием, и где его истоки? Более того, и в наше время, следуя Кантору, предпринимаются успешные попытки доказательств эквивалентности пространств конкретно самой различной размерности и считаются важными научными достижениями.

Да потому и мирится, что в своем доказательстве Кантор логически абсолютно безупречен.

Ставим вопрос ребром: так все-таки где же конкретно зарыта собака в этой апории Кантора, утверждающей очевидную нелепость об эквивалентности прямой и плоскости? Нелепость, которую вот уже полтора столетия математики считает гениальным открытием и по настоящее время не устают муссировать в интернете, оттачивая свой интеллект.

Саму логику Кантора смотреть бессмысленно: она действительно безупречна. Но логика безупречна и в апории про Ахиллеса и черепаху, так же утверждающей нелепость. В работе [1] показано, что парадокс Ахиллеса проистекает из неправомерного совмещения двух метрик – эвклидовой и неэвклидовой. У апории Кантора тоже есть неправомерное применение понятий.

Отметим, и это важно для понимания истоков, что, совершенно очевидно, Кантор прилежно изучал Гегеля. Немец Кантор начал публиковаться приблизительно через тридцать лет после выхода в свет «Науки логики» немца Гегеля, и не быть знакомым с этим знаменитым в то время трудом он не мог, поскольку язык и логики их очень похожи. В самом деле, рассуждения об «одно» и о «много», о «ничто» и о «нечто», о переходе одного «нечто» в другое «нечто», о «свечении» одного «нечто» в другом «нечто» – это любимые темы Гегеля, подробнейшим образом рассмотренные им в его «Учении о бытии» [5]. Кантор толкует о том же самом, только другими словами: о точках (числах), о множествах, о свечении (эквивалентности) одного множества в другое. Но вот незадача: автором установлено, что «Наука логики» – это всего лишь учебник схоластики, иначе говоря, пустопорожние словопрения, к науке отношения, не имеющие [4]. Вот Кантор и балансирует на границе математики и схоластики. Будучи по образованию математиком, он ловко оперирует и в области схоластики. В своем доказательстве эквивалентности прямой и плоскости Кантор прячется за числа, и факт сравнения несравнимых величин невооруженным глазом не видно: не видно, что сравниваются отношения имеющих размер с размера не имеющими, а это все равно, что сравнивать килограммы с метрами. И именно здесь, на уровне идентификации, Кантор выходит за рамки математики и переходит в область схоластики: оперирует с числами, которыми он обозначает точки, которые, в свою очередь, не имеют размера.

Добавим: у точек нет самостоятельного бытия. Точки могут лишь служить границами имеющих бытие объектов. Точки придумал человек с целью ориентации в пространстве. В работе [1] показано, как постепенно, начиная с Декарта, точкам присваивали бытие.

О понятии эквивалентности множеств.

Ключевым понятием теории множеств является понятие эквивалентности (равномощности) множеств.

С помощью аффинного преобразования легко показывается, что множества точек любых отрезков эквивалентны между собой. Это тоже представляется непротиворечивым и прозрачным. Однако и здесь как на границах множеств, так и на самих множествах, взятых как законченные целые, эквивалентность превращается в те же бессодержательные тождества.

Отсюда предварительно напрашивается: понятие эквивалентности множеств работает и, безусловно, имеет смысл на некотором ограниченном интервале (области), между тем как законность решения распространить (продолжить) его на множества безграничные и законченные (на актуальные бесконечности) не очевидна.

Поставим «невозможный» вопрос: какое множество имеет большую мощность – множество целых или множество действительных чисел? Для ограниченного интервала этих множеств ответ очевиден: здесь можно воспользоваться критерием эквивалентности. Если же эти множества брать как завершенные данности, то ответ становится не так очевидным. Не видно критерия, по которому можно отличить одну безграничную бесконечную величину, взятую как завершенное целое, от другой.

Уже при сравнении пространств различной размерности аффинной алгеброй не обойдешься, и вопрос обнажается: в работе [2] показано, что, поскольку точка размера не имеет, а отрезок (область) размер имеет, то, по сути дела, речь идет о том, сколько «ничто» разместится в некотором «нечто». Само понятие эквивалентности размывается и теряет смысл. Если эквивалентность заключается именно в этом, то непонятно, чем же она отличается от вопроса – сколько ангелов разместится на острие иголки.

Известно, что структура любого объекта может быть определена исходя из таковой на его границах. Каждое абстрактно взятое бесконечное множество имеет одни и те же границы – это нуль и бесконечность. Соответственно и различать безграничные и бесконечные множества, взятые как завершенные данности, нет оснований. Нет такого критерия, по которому можно отличить одну бесконечность как завершенную данность, от другой. Есть критерий, по которому можно различать лишь потенциальные бесконечности, что и делается в матанализе.

Иллюстрацией ограниченности понятия эквивалентности служит уже тот факт, что, повторимся в очередной раз, все непрерывные области оказываются эквивалентными между собой независимо от их размера и размерности.

Пользуясь отсутствием размера у точки, ставят и вопрос о множестве и даже уже и о структуре множества кардинальных чисел. Законность постановки самого этого вопроса «узаконил» Цермело своей аксиомой о степени множеств [6; 60]. Просто вот взял и «узаконил». Или: какие бесконечные множества бесконечных подмножеств ангелов разместятся на острие иголки, и как там у них с континуум-гипотезой, в том числе и обобщенной.

Использованные источники

1. Алатин С.Д. О рациональных числах, «диагональной теореме» и о теории множеств вообще. / Естественные и математические науки в современном мире / Сб. ст. по материалам XXXII международной научно-практической конференции. – 2015 – 7 (31). Новосибирск: Изд. «СибАК», – С. 6–20.

2. Алатин С.Д. О множестве действительных чисел. / Естественные и математические науки в современном мире / Сб. ст. по материалам XXXYI–XXXYII международной научно-практической конференции. – 2015 – 7 (31). Новосибирск: Изд. «СибАК», – С. 6–20.

3. Алатин С.Д. Вселенская мистификация: Монография. Нижний Новгород: Печатная Мастерская РАДОНЕЖ, 2015. – 236 с.

4. Бурбаки Н. Общая топология. Топологические группы, числа и связанные с ними группы и пространства. «Наука», 1969, 392 с.

5. Гегель Г.В.Ф. Наука логики. Т. 1. М., «Мысль», 1970. – 504 с.

6. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. – М., «Мир», 1970. – 416 с.

7. Лейбниц Г.В. Новые опыты о человеческом разуме. – М., – Л. 1936, 686 с.