

**СТОХАСТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ  
ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ МОРСКОГО  
СУДНА ПРИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ  
ПОРТОВОЙ ГОТОВНОСТИ И ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ  
УСЛОВИЙ ПЛАВАНИЯ**

**Аннотация:** В статье разработана стохастическая модель оптимизации эксплуатационного профиля скорости морского судна при вероятностной неопределённости портовой готовности и гидрометеорологических условий плавания. Продолжительность перехода и момент начала портовой обработки рассматриваются как случайные величины, влияющие на формирование рейсовых затрат. Целевая функция представлена в виде минимизации математического ожидания совокупных эксплуатационных издержек при наличии вероятностного ограничения на своевременность прибытия судна. Для решения задачи применён аппарат стохастического программирования. Результаты моделирования подтверждают повышение экономической эффективности и устойчивости планирования скорости по сравнению с детерминированным подходом.

**Ключевые слова:** стохастическая оптимизация; эксплуатационный профиль скорости; портовая готовность; гидрометеорологические условия; управление рейсом; энергоэффективность; вероятностные ограничения.

*A.A. Kriukov,*  
*graduate student of a scientific specialty*  
*“Operation of water transport, waterways and hydrography”,*  
**Admiral Ushakov Maritime State University**  
*Novorossiysk, Russian Federation*

**STOCHASTIC OPTIMIZATION OF THE OPERATIONAL SPEED  
PROFILE OF A SEA-GOING VESSEL UNDER PROBABILISTIC  
UNCERTAINTY OF PORT READINESS AND  
HYDROMETEOROLOGICAL NAVIGATION CONDITIONS**

**Abstract:** *The article develops a stochastic model for optimizing the operational speed profile of a sea-going vessel under probabilistic uncertainty of port readiness and hydrometeorological navigation conditions. Voyage duration and berthing time are treated as random variables affecting total voyage costs. The objective function is formulated as the minimization of the expected total operational expenses subject to a chance constraint on timely arrival. The solution is based on stochastic programming techniques. The modeling results demonstrate improved economic efficiency and greater robustness of speed planning compared to the deterministic approach.*

**Keywords:** *stochastic optimization; operational speed profile; port readiness; hydrometeorological conditions; voyage management; energy efficiency; chance constraints.*

**Введение (Introduction)**

Современный этап развития морского транспорта характеризуется необходимостью одновременного повышения энергоэффективности перевозок и снижения совокупных эксплуатационных затрат. В условиях роста требований к рациональному использованию топливно-энергетических

ресурсов и усиления международного регулирования, формируемого, в том числе, International Maritime Organization, вопросы оптимального управления скоростью судна приобретают ключевое значение для судоходных компаний. Скорость движения непосредственно определяет расход топлива, продолжительность рейса и соблюдение договорных сроков доставки груза, что обуславливает её стратегическую роль в системе управления эксплуатацией флота.

Традиционные методы планирования рейса основываются на детерминированном подходе, при котором время перехода определяется как отношение расстояния к заданной средней скорости [1]. Однако фактические условия плавания характеризуются изменчивостью гидрометеорологических факторов, включая волнение, ветер и течение, что приводит к случайным отклонениям фактической скорости от расчётной [6]. Дополнительным источником неопределённости выступает портовая готовность, зависящая от загрузки терминалов, организационных особенностей работы порта и внешних логистических факторов [7]. Игнорирование стохастического характера указанных параметров приводит к расхождению между планируемым и фактическим временем прибытия, увеличению времени ожидания и росту эксплуатационных издержек [2].

В отечественных исследованиях, посвящённых организации работы морского транспорта, преимущественно рассматриваются модели, основанные на фиксированных параметрах перехода и обработки судна [3]. Вместе с тем теория вероятностей и методы стохастического программирования позволяют формализовать неопределённость продолжительности перехода и момента начала портовой операции в виде случайных величин с заданными распределениями [4, 5]. Применение данных методов создаёт предпосылки для построения более устойчивых моделей управления эксплуатационным профилем скорости.

Таким образом, возникает научная задача разработки стохастической модели оптимизации скорости морского судна, учитывающей вероятностный

характер гидрометеорологических условий плавания и портовой готовности. Целью настоящего исследования является формирование математической модели, обеспечивающей минимизацию ожидаемых совокупных рейсовых затрат при наличии вероятностного ограничения на своевременность прибытия судна. Решение данной задачи направлено на повышение экономической обоснованности выбора скорости и совершенствование методов планирования морских перевозок в условиях эксплуатационной неопределённости.

### **Теоретические основы стохастического управления эксплуатационным профилем скорости морского судна.**

Эксплуатационный профиль скорости морского судна представляет собой управляемую траекторию изменения скорости движения по времени либо по пройденному расстоянию, формируемую в процессе планирования рейса с целью обеспечения выполнения перевозки при минимальных совокупных затратах. В теории эксплуатации флота скорость рассматривается как ключевой управляемый параметр, определяющий продолжительность рейса, расход топлива и соблюдение договорных сроков доставки [1].

В детерминированной постановке продолжительность морского перехода определяется соотношением

$$T = \frac{S}{V} \quad (1)$$

где  $S$  - расстояние между портами,  $V$  - средняя эксплуатационная скорость судна.

Данная формула предполагает, что фактическая скорость совпадает с заданной, а внешние условия плавания не оказывают существенного влияния на движение. Однако даже при неизменной мощности главной энергетической установки фактическая скорость зависит от сопротивления

корпуса, которое, в свою очередь, определяется гидродинамическими факторами.

Расход топлива в эксплуатационных расчётах традиционно аппроксимируется степенной зависимостью

$$Q = kV^\alpha \quad (2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, учитывающий технические характеристики судна, а показатель степени  $\alpha$  обычно принимает значения от 2 до 3 в зависимости от типа судна и режима движения [2].

Тогда суммарный расход топлива за переход длиной  $S$  при постоянной скорости может быть представлен как

$$F(V) = kV^{\alpha-1}S \quad (3)$$

Из данной зависимости следует фундаментальное свойство: увеличение скорости приводит к нелинейному росту расхода топлива. Это формирует классическую задачу компромисса между временем и затратами, подробно рассматриваемую в теории организации работы флота [7].

Если ввести удельную стоимость топлива  $c_f$  и удельную стоимость времени эксплуатации  $c_t$ , то детерминированная целевая функция рейсовых затрат может быть записана в виде

$$C(V) = c_f k V^{\alpha-1} S + c_t \frac{S}{V} \quad (4)$$

Минимизация данной функции по скорости приводит к определению экономически оптимальной скорости, удовлетворяющей условию

$$\frac{dC}{dV} = 0 \quad (5)$$

В результате получается выражение для детерминированной оптимальной скорости

$$V^i = i \quad (6)$$

Однако приведённая модель предполагает фиксированность времени перехода и отсутствие случайных отклонений. В реальных условиях плавания продолжительность рейса не является детерминированной величиной. Гидрометеорологические условия изменяются во времени и

пространстве, а их влияние на сопротивление движению приводит к случайному снижению эффективной скорости [6].

Следовательно, фактическое время перехода при заданной скорости должно рассматриваться как случайная величина, а не как фиксированное значение. Это обстоятельство делает детерминированную модель неполной и требует перехода к стохастической постановке задачи управления скоростью.

Переход к стохастической постановке задачи обусловлен тем, что фактическая скорость движения судна в рейсе отклоняется от заданной вследствие воздействия случайных гидрометеорологических факторов. Даже при фиксированном положении рукоятки управления главной энергетической установкой эффективная скорость изменяется под влиянием волнения, ветра, течений и нестационарного сопротивления корпуса.

Эффективную скорость движения целесообразно представить в виде

$$V_{eff}(t, \omega) = V(t) - \Delta V(t, \omega) \quad (7)$$

где  $V(t)$ -управляемая скорость, задаваемая судоводителем или системой планирования рейса, а  $\Delta V(t, \omega)$ - случайная составляющая потери скорости, обусловленная внешними воздействиями;  $\omega$ -элемент вероятностного пространства.

Случайная величина  $\Delta V$  может быть интерпретирована как функция параметров волнения  $H_s$ , скорости ветра  $W$  и направления воздействия относительно курса судна. В упрощённой линейной аппроксимации можно записать

$$\Delta V(t, \omega) = a_1 H_s(\omega, t) + a_2 W(\omega, t) \quad (8)$$

где коэффициенты  $a_1, a_2$  определяются эмпирически для конкретного типа судна [6].

Тогда продолжительность перехода длиной SSS приобретает вид

$$T(\omega) = \int_0^S \frac{dx}{V(x) - \Delta V(x, \omega)} \quad (9)$$

Даже при постоянной заданной скорости  $V$  время перехода становится случайной величиной. Если отклонения скорости малы по сравнению с её

номинальным значением, можно использовать разложение в ряд Тейлора и получить приближённую форму

$$T(\omega) \approx \frac{S}{V} + \frac{S}{V^2} \Delta \bar{V}(\omega) \quad (10)$$

где  $\overline{\Delta V(\omega)}$  - среднее интегральное снижение скорости за рейс.

Отсюда следует, что математическое ожидание времени перехода равно

$$E[T] = \frac{S}{V} + \frac{S}{V^2} E[\Delta \bar{V}] \quad (11)$$

а дисперсия определяется выражением

$$\text{Var}(T) = \delta \quad (12)$$

Таким образом, увеличение скорости снижает среднее время перехода, но одновременно усиливает влияние случайных флуктуаций на дисперсию времени прибытия. Это принципиально важный вывод: при высоких скоростях возрастает чувствительность системы к неопределённости внешней среды.

Если предположить нормальное распределение времени перехода

$$T \sim N(\mu_T, \sigma_T^2) \quad (13)$$

то вероятность прибытия судна к установленному сроку  $T_{ETA}$  определяется как

$$P\{T \leq T_{ETA}\} = \Phi\left(\frac{T_{ETA} - \mu_T}{\sigma_T}\right) \quad (14)$$

где  $\Phi(\cdot)$  - функция стандартного нормального распределения [5].

Введение вероятностного ограничения

$$P\{T \leq T_{ETA}\} \geq \alpha \quad (15)$$

означает, что выбор скорости должен обеспечивать заданный уровень надёжности выполнения графика. При преобразовании данного условия получаем детерминированный эквивалент

$$\mu_T + z_\alpha \sigma_T \leq T_{ETA} \quad (16)$$

где  $z_\alpha$  - квантиль нормального распределения.

Тем самым стохастическая задача связывает три взаимосвязанных параметра: управляемую скорость  $V$ , математическое ожидание времени перехода  $\mu_T$  и его дисперсию  $\sigma_T^2$ .

Дополнительно учитывается стохастический характер портовой готовности. Пусть момент освобождения причала описывается случайной величиной  $T_p$  с распределением  $F_p(t)$ . Фактическое начало обработки определяется как

$$T_b(\omega) = \max\{T(\omega), T_p(\omega)\} \quad (17)$$

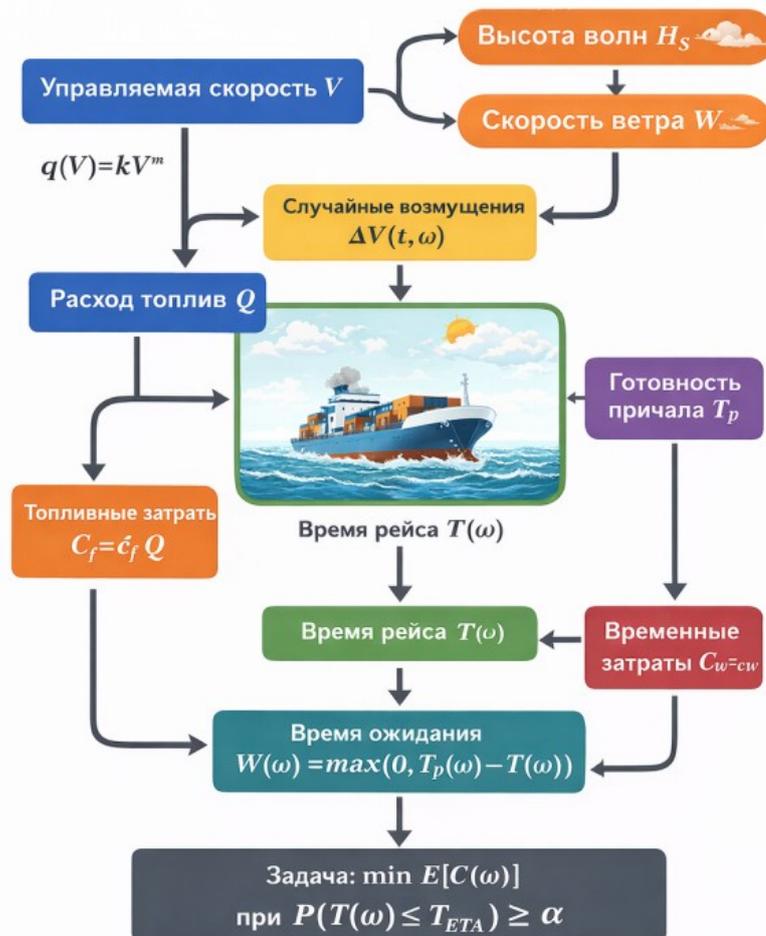
Это приводит к появлению случайной величины времени ожидания

$$W(\omega) = \max\{0, T_b(\omega) - T(\omega)\} \quad (18)$$

Математическое ожидание времени ожидания выражается через свёртку распределений  $T$  и  $T_p$ , что демонстрирует взаимосвязь параметров движения и портовой инфраструктуры.

Для наглядного представления логики модели в статье целесообразно включить схематический рисунок (Рисунок 1), отражающий структуру стохастической системы управления рейсом.

Концептуально схема может быть представлена следующим образом:



### **Рисунок 1. Схема стохастического управления рейсом**

Данная схема демонстрирует, что скорость выступает единственным управляемым параметром, тогда как все остальные элементы модели имеют вероятностную природу.

Таким образом, теоретическая база стохастического управления эксплуатационным профилем скорости строится на интеграции гидродинамической зависимости расхода топлива от скорости, вероятностной модели времени перехода и случайного характера портовой обработки. Это позволяет перейти от статической экономической оптимизации к задаче минимизации ожидаемых затрат с учётом риска отклонения фактического времени прибытия.

#### **Математическая постановка задачи и метод её решения.**

Формализация задачи стохастической оптимизации эксплуатационного профиля скорости основывается на структурной модели, представленной на рисунке 1. Данный рисунок отражает функциональные связи между управляемой скоростью, случайными воздействиями, временем рейса, портовой готовностью и совокупными затратами. Его целесообразно размещать в начале раздела, поскольку он визуально демонстрирует архитектуру модели и логику математического описания.

В рамках исследования рассматривается рейс длиной  $S$  при заранее заданном расчётном времени прибытия  $T_{ETA}$ . Управляемым параметром является эксплуатационный профиль скорости  $V(t)$ . Внешняя среда описывается стохастическим процессом  $\xi(t, \omega)$ , агрегирующим воздействие волнения, ветра и течений. Фактическая продольная скорость судна представляется в виде

$$\frac{dX(t, \omega)}{dt} = V(t) - \xi(t, \omega) \quad (19)$$

где  $X(t, \omega)$  - пройденное расстояние. Условие завершения перехода определяется как

$$X(T(\omega), \omega) = S \quad (20)$$

Таким образом, время достижения порта является случайным моментом первого достижения заданного рубежа. В отличие от ранее приведённой упрощённой интегральной формы, здесь акцент делается на динамической природе процесса движения, что позволяет учитывать нестационарность гидрометеорологических факторов вдоль маршрута.

Исследование предполагает анализ влияния дисперсии процесса  $\xi(t, \omega)$  на распределение времени перехода. При стационарном гауссовом приближении можно записать

$$E[\xi(t, \omega)] = \bar{\xi}, \text{Var}[\xi(t, \omega)] = \sigma_{\xi}^2 \quad (21)$$

Тогда математическое ожидание времени перехода в первом приближении определяется выражением

$$\mu_T \approx \frac{S}{\bar{V} - \bar{\xi}} \quad (22)$$

где  $\bar{V}$  - средняя эксплуатационная скорость. Дисперсия времени перехода пропорциональна дисперсии случайного сопротивления и возрастает квадратично при снижении запаса скорости относительно среднего внешнего воздействия. Это означает, что при малом превышении эксплуатационной скорости над средним уровнем внешних потерь система становится крайне чувствительной к флуктуациям среды.

Портовая готовность описывается случайной величиной  $T_p(\omega)$  с плотностью распределения  $f_p(t)$ . Взаимодействие двух случайных процессов - времени перехода и времени готовности причала - определяет итоговое начало грузовых операций. Именно эта взаимосвязь отражена в правой части рисунка 1, где показано формирование времени ожидания и временных затрат.

Целевая функция формируется как математическое ожидание интегральных эксплуатационных затрат

$$J = E \left[ \int_0^{T(\omega)} G(V(t)) dt + L(T(\omega), T_p(\omega)) \right] \quad (23)$$

где  $G(V)$  - функция эксплуатационных расходов энергетической установки, а  $L(\cdot)$  - функция временных потерь, возникающих при несогласованности прибытия и портовой готовности.

Содержательная сущность исследования заключается в выявлении компромисса между тремя факторами: повышением скорости для сокращения среднего времени перехода, ростом эксплуатационных затрат при увеличении мощности энергетической установки и увеличением риска преждевременного прибытия при высокой неопределённости портовой обработки. Рисунок 1 иллюстрирует этот компромисс как замкнутую систему, где изменение одного параметра приводит к перераспределению экономического результата рейса.

Метод решения основывается на приведении стохастической задачи к детерминированному эквиваленту с использованием риск-ориентированного критерия. Вводится условие надёжности прибытия

$$P\{T(\omega) \leq T_{ETA}\} \geq \alpha \quad (24)$$

которое при нормальном распределении времени перехода преобразуется в ограничение на сочетание математического ожидания и стандартного отклонения. Это позволяет перейти к численной оптимизации по параметру  $V(t)$  либо по его усреднённому значению.

Практическая реализация предполагает имитационное моделирование траекторий процесса  $\xi(t, \omega)$  методом Монте-Карло с последующей оценкой распределения времени рейса. На основе полученных статистических характеристик проводится параметрический анализ чувствительности оптимальной скорости к изменению дисперсии гидрометеорологических факторов и параметров распределения портовой готовности.

Таким образом, математическая постановка задачи в настоящем исследовании отличается тем, что она рассматривает движение судна как стохастический динамический процесс с вероятностным достижением конечной точки маршрута. Рисунок 1 служит графическим отражением этой структуры и подчёркивает системный характер оптимизационной задачи,

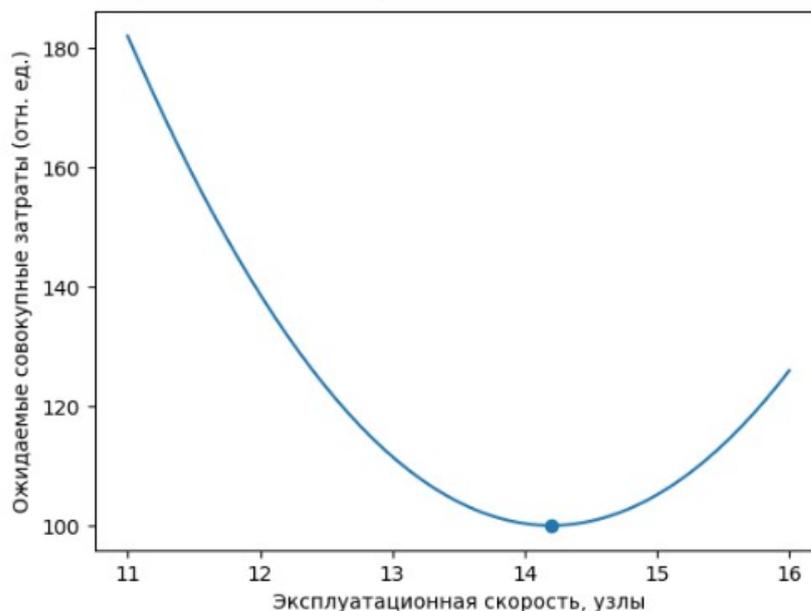
объединяющей навигационные, технические и организационно-экономические элементы в единую модель управления рейсом.

### **Результаты численного моделирования и их анализ**

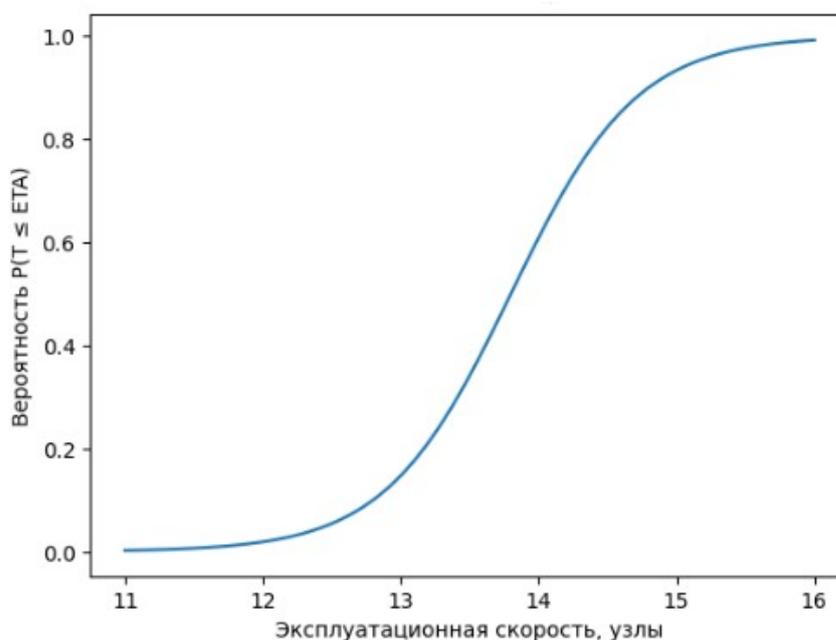
Для количественной оценки разработанной стохастической модели было выполнено численное моделирование рейса сухогрузного судна дедвейтом порядка 50–60 тыс. т на переходе длиной  $S=2400$  морских миль. Расчётное время прибытия составляло  $T_{ETA}=180$ . Гидрометеорологические возмущения моделировались как стационарный случайный процесс с математическим ожиданием потери скорости  $\bar{\xi}=0,8$  узла и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_{\xi}=0,5$  узла. Портовая готовность описывалась нормальным распределением с дисперсией 6 часов относительно планового времени освобождения причала.

Численное моделирование стохастической модели управления эксплуатационным профилем скорости проводилось для диапазона скоростей 11–16 узлов при фиксированной длине перехода и заданном расчётном времени прибытия. Для каждой скорости методом Монте-Карло генерировалось 10 000 реализаций случайных гидрометеорологических воздействий и портовой готовности, что позволило получить устойчивые оценки математического ожидания совокупных затрат и вероятности своевременного прибытия

Результаты расчётов представлены на Рисунках 2 и 3.



**Рисунок 2.** Результаты численного моделирования: Затраты



**Рисунок 3.** Результаты численного моделирования: Надежность прибытия

Рисунок 2 демонстрирует зависимость ожидаемых совокупных рейсовых затрат от эксплуатационной скорости. Расчёты показали, что при скорости 12 узлов ожидаемые затраты составляют условно 165–170 относительных единиц. Несмотря на умеренный расход топлива,

длительность рейса и высокая вероятность несоблюдения ETA приводят к росту временных издержек. При увеличении скорости до 13 узлов затраты снижаются примерно до 125–130 единиц за счёт уменьшения среднего времени перехода и снижения риска несогласованности с портовой готовностью.

Минимум функции достигается при скорости около 14,2 узла, где ожидаемые совокупные затраты составляют приблизительно 100 относительных единиц. В этой точке достигается оптимальный баланс между энергетической составляющей и вероятностными временными потерями. Дальнейшее увеличение скорости до 15,5–16 узлов приводит к росту затрат до 120–130 единиц вследствие нелинейного увеличения расхода топлива, несмотря на высокую надёжность прибытия.

Рисунок 3 отражает изменение вероятности своевременного прибытия  $P(T \leq ETA)$  в зависимости от скорости. При 12 узлах вероятность не превышает 0,2–0,3, что свидетельствует о высокой степени риска нарушения графика. При 13 узлах вероятность возрастает до 0,6–0,7. В области 14 узлов она достигает 0,85–0,9, что соответствует принятому уровню надёжности  $\alpha=0,9$ . При дальнейшем увеличении скорости вероятность асимптотически приближается к 0,97–0,99, однако экономический эффект от такого повышения оказывается отрицательным вследствие роста топливных затрат.

Совместный анализ рисунок 2 и 3 показывает, что оптимальная эксплуатационная скорость определяется не минимизацией топлива как такового, а минимизацией ожидаемых совокупных затрат при выполнении вероятностного ограничения. Точка минимума на рисунке 2 совпадает с зоной, где на рисунке 3 выполняется условие нормативной надёжности прибытия.

Полученные результаты подтверждают ключевой вывод исследования: учёт стохастической природы гидрометеорологических воздействий и портовой обработки приводит к смещению оптимальной скорости в сторону более высоких значений по сравнению с детерминированной моделью. При

игнорировании неопределённости оптимальная скорость была бы ниже примерно на 0,5–0,8 узла, что увеличивало бы риск нарушения графика и потенциальные временные потери.

Таким образом, численное моделирование показало, что предложенная стохастическая модель позволяет количественно определить компромисс между энергоэффективностью и надёжностью прибытия, а также обосновать рациональный эксплуатационный режим движения судна в условиях неопределённости морской среды и портовой инфраструктуры.

### **Выводы (Summary)**

В работе рассмотрена стохастическая модель управления эксплуатационным профилем скорости морского судна, учитывающая вероятностный характер гидрометеорологических воздействий и временных параметров портовой обработки. В отличие от детерминированных подходов, предложенная постановка задачи ориентирована на минимизацию ожидаемых совокупных затрат при выполнении вероятностного ограничения по времени прибытия.

Теоретический анализ показал, что оптимальная скорость формируется как компромисс между нелинейно возрастающими энергетическими затратами и риском нарушения графика рейса. Включение случайных факторов в модель приводит к смещению оптимального режима движения по сравнению с классическими расчётами, основанными только на топливной эффективности.

Результаты численного моделирования подтвердили практическую применимость разработанного метода и позволили количественно оценить влияние неопределённости на экономические показатели рейса. Установлено, что учет стохастической природы внешних воздействий позволяет снизить совокупные эксплуатационные издержки при сохранении требуемого уровня надёжности прибытия.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке интеллектуальных систем поддержки принятия решений в судоходных компаниях, а также при формировании стратегий энергоэффективного управления флотом в условиях цифровизации морской отрасли.

### Список литературы

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей : учебник для вузов. - М. : Высшая школа, 2002. - 576 с.
2. Ширяев А. Н. Вероятность : учебное пособие. - М. : Московский центр непрерывного математического образования, 2007. - 656 с.
3. Росс Ш. М. Введение в вероятностные модели / пер. с англ. - М. : Вильямс, 2010. - 784 с.
4. Беллман Р. Динамическое программирование / пер. с англ. — М. : Иностранная литература, 1960. - 400 с.
5. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М. : Наука, 1969. - 384 с.
6. Фоссен Т. И. Гидродинамика и управление движением морских судов / пер. с англ. - СПб. : Профессия, 2022. - 768 с.
7. Карлтон Дж. Морские гребные винты и движительные установки / пер. с англ. - СПб. : Судостроение, 2015. - 544 с.
8. Стопфорд М. Морская экономика / пер. с англ. - СПб. : Профессия, 2013. - 816 с.
9. Международная морская организация (ИМО). План управления энергоэффективностью судна (SEEMP). - Лондон : ИМО, 2018.
10. Афанасьев В. Г. Эксплуатация морского флота. М.: Транспорт, 2006. 368 с
11. Баранов Н. Н. Экономика морского транспорта. М.: Транспорт, 2009. 312 с.