УДК 371.3

Ломакина А.Д., магистрант,

Паладян К.А., к.пед.н., доцент, доцент кафедры математики, физики и методики их преподавания,

ФГБОУ ВО «Армавирский государственный педагогический университет», России, г. Армавир

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ ПОСТРОЕНИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Аннотация.

В настоящее время математические методы проникают в разнообразные сферы деятельности и лежат в основе изменяющих мир информационных технологий.

Формальное заучивание теории, зубрежка, подкрепляемая бесконечным повторением, калечат мышление ученика. Математического знания не существует, если учащийся просто запоминает материал, ибо работу мысли нельзя заменить работой памяти.

Ключевые слова:

Мышление человека, доказательство теоремы, решение задачи, развитее математического мышления.

Lomakina A.D., Master's student,

Paladyan K.A., Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics, Physics and Methods of their Teaching, Armavir State Pedagogical University, Armavir, Russia

FEATURES OF THE FORMATION OF THE SKILLS OF CONSTRUCTING A PROOF

Annotation.

Currently, mathematical methods penetrate into various fields of activity and underlie the world-changing information technologies.

Formal memorization of theory, cramming, backed up by endless repetition, cripples the student's thinking. Mathematical knowledge does not exist if the student simply remembers the material, because the work of thought cannot be replaced by the work of memory.

Keywords:

Human thinking, theorem proving, problem solving, development of mathematical thinking.

Традиционный стиль обучения предполагает догматический характер доказательства, ученику в голову не приходит, что доказательства можно проводить по-разному (и в разной последовательности). Ясно, что на уроке (при условии минимума времени на изучение математики) рассмотреть различные способы доказательства многих теорем просто невозможно. Но, все же рекомендуется учителю «выкраивать» время для хотя бы еще одного доказательства теоремы или задачи на доказательство, в том числе и в качестве пропедевтики.

Самое сложное в организации решения задачи разными способами это помощь учителя в нахождении этих способов. При этом учитель должен выступить не с идеей нового варианта доказательства (или разных вариантов), а с вопросом или серией вопросов, инициирующих появление соответствующей идеи или идей. Сложность связана с тем, что эта творческая деятельность учителя направлена не на применение некоторого знания или приёма, а на развитие воображения или интуиции ученика.

Представим некоторые общие условия, способствующие успешному нахождению различных способов доказательства требований задач.

1) Для успешного обучения школьников нахождению различных способов доказательства надо научить их с помощью синтетической деятельности получать необходимые посылки для доказательства предложений.

2) Для обеспечения индивидуального характера этого процесса

необходимо ориентироваться на различные уровни способностей учащихся.

3) Учитель обязан постоянно и умело наблюдать за процессом мышления учащихся, анализировать и изучать его. Это очень важная задача, осуществление которой способствует привитию интереса к предмету.

4) Если учителю удаётся привить учащимся интерес к отысканию различных способов решения задач (доказательств математических предложений), то он сможет практиковать такую работу и в ходе изучения программного материала.

Задача: *Диагонали трапеции разбивают ее на четыре треугольника. Докажите, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам равновелики.*

Для решения этой задачи различными способами можно разбить класс на 3-4 группы.

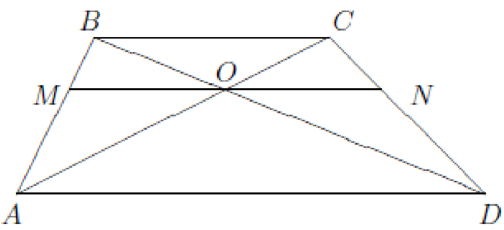

Рис.2

Каждой группе даётся карточка с условием задачи и подсказкой идеи решения. Цель каждой группы выработать стратегию доказательства на основе идеи (идей), предложенной в карточке. В случае затруднения учитель задаёт наводящие вопросы каждой группе. Группа стремится обосновать своё доказательство, используя при этом минимальное количество подсказок. Выдвинув своё доказательство, группа направляет своего представителя к доске. Этот ученик объясняет доказательство. Проверка решения осуществляется в форме беседы. Учащиеся анализируют решение и задают вопросы. Учитель концентрирует внимание учеников на наиболее важных моментах рассуждения.

1) Указания первой карточки:

2) Указания второй карточки:

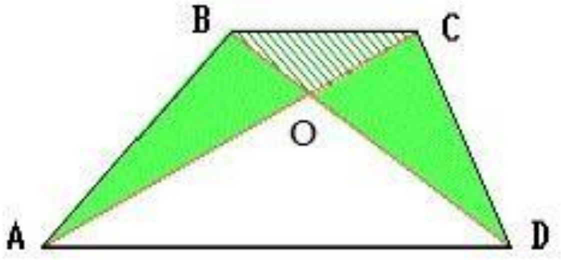

Рис.3

Идея доказательства: прировнять площади искомых фигур

Подсказки первой группе:

1) «Не видите ли вы треугольник, в который включаются ΔAOB и ΔCDO »?

Этой подсказки может быть достаточно для решения задачи.

Если первая подсказка не помогла, то группе предлагаются следующие наводящие вопросы:

2) «Площади, каких фигур включают в себя площадь треугольника *ABD*»?

3) «Что является пересечением треугольников *ABD* и *ACD*»?

И подобные вопросы.

Опираясь на принадлежность одних треугольников другим, учащиеся первой группы выстраивают следующее доказательство самостоятельно или используя приведённые подсказки.

Решение первой группы:

1) Рассмотрим треугольники ΔABD и ΔACD. У них общее основание AD и равные высоты, проведённые к этому основанию.

2) Из этого можно сделать следствие:

$S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ACD}. S_{\Delta ABO} = S_{\Delta ABD} - S_{\Delta AOD}$ и

3) Площади равны, следовательно, треугольники равновелики. Ч.Т.Д.

Указания второй карточки:

Идея доказательства:

а) использовать метод от противного.

б) провести через точку О отрезок $MN \| BC$.

Подсказки группе.

Подсказку можно дать на часть б) – «Воспользоваться ранее доказанным фактом о том, что $OM = ON$».

Способ решения части а):

1) Допустим обратное: $S_{\Delta ABO} \neq S_{\Delta COD}$

2) Тогда, $S_{\Delta ABD} \neq S_{\Delta ACD}$ и, следовательно BC не параллельно AD – это приводит к противоречию, что $ABCD$ – трапеция.

3) Значит, предположение неверно и $S_{\Delta ABO} = S_{\Delta COD}$. Что и требовалось доказать.

Способ решения части б):

1) Разобьем, рассматриваемые треугольники ΔAOB и ΔCOD на части. Для этого проведем $MN \| BC$, $OM = ON$.

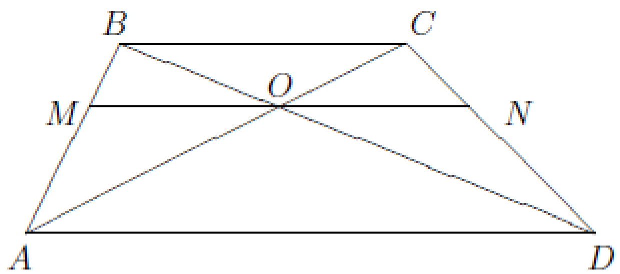

Рис.4

Получаем, что треугольники ΔAOB и ΔCOD состоят из двух треугольников, площади которых: $S_{\Delta AMO} = S_{\Delta DNO}$, $S_{\Delta BMO} = S_{\Delta CNO}$.

Указания третьей карточки:

Идея доказательства: Вычислить площади треугольников, используя подобие.

Подсказки группе.

По известной формуле: $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin\alpha$ вычислите площади треугольников ΔAOB и ΔCOD, используя подобие треугольников ΔBOC и ΔCOD.

Решение третьей группы

1) $\Delta BOC \sim \Delta COD$, тогда $\frac{BO}{DO} = \frac{CO}{AO}$ и $AO \cdot BO = CO \cdot DO$.

2) Умножив обе части последнего равенства на $\frac{1}{2}\sin\alpha$, получаем:

$\frac{1}{2}AO \cdot BO \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}CO \cdot DO \cdot \sin\alpha$, где $\angle\alpha = \angle AOB = \angle COD$.

3)Следовательно, $S_{\Delta ABO} = S_{\Delta COD}$. Ч.т.д.

Учащиеся формируются в группы по способностям и умениям. Каждая группа выступает со своим доказательством. Усвоив решение своей группы, ученик способен овладеть другими способами доказательства. В процессе представления доказательства учащийся развивает свою математическую речь, показывает умение рассуждать и отстаивать идеи.

Описанный подход приводит, во-первых, к развитию математического мышления в целом. Во-вторых, исчезают боязнь неуспеха, страх перед задачей, повышается самооценка в данном виде деятельности.

Список источников.

1. Айвазян, Э. И. Методологические основы обучения математическим доказательствам / Э. И. Айвазян. – М.: Просвещение, 2007. – 306 с.
2. Далингер, В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: кн. для учителя / В. А. Далингер. – М.: Просвещение, 2016. – 256 с.