

УДК 519.254; 004.023

*Дудка Н.А., кандидат технических наук*

*доцент кафедры «Электрооборудования»*

*Казанский национальный исследовательский*

*технический университет им. А.Н. Туполева*

*Россия, г. Казань*

*А. Р. Фатрахманов,*

*магистрант кафедры «Электрооборудования»*

*Казанский национальный исследовательский*

*технический университет им. А.Н. Туполева*

*Россия, г. Казань*

**ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ  
ПЕРЕПАДОВ ЯРКОСТИ ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ  
УИЛКОКСОНА**

*Аннотация:* Статья посвящена теме обработки изображений на основе применения непараметрического критерия Уилкоксона. Применение данного критерия предполагает преобразование яркостей изображения в такой атрибут как значение ранговой функции для каждого пикселя анализируемого участка изображения, при этом вычисление же экстремума ранговой функции позволяет установить местонахождение и

*вид перепадов яркостей на изображении. Однако, как показали ранее проведенные исследования, значение величины экстремума зависит от соотношения сигнал/шум на изображении и наряду с истинными экстремумами выделяются и локальные экстремумы, что усложняет решение задачи дальнейшей сегментации изображения. В данной работе представлены результаты статистических исследований применения критерия Уилкоксона для обнаружения перепадов яркостей на изображениях с различными соотношениями сигнал/шум и размерами выборки. Установлено минимальное соотношение сигнал/шум, при котором экстремум ранговой функции стремится к своему максимальному или минимальному значению, а также на основе статистического анализа поведения ранговой функции для исключения выделения локальных экстремумов предложено использовать разность ранговых функций.*

**Ключевые слова:** *сегментация, выделение контуров объектов изображений, шумы на изображениях, непараметрический критерий Уилкоксона, ранговая функция, экстремумы ранговой функции, разность ранговых функций.*

***Dudka N.A., candidate of technical sciences***

***Associate Professor of the Department of Electrical Equipment***

***Kazan National Research technical university named after A.N. Tupolev***

***Russia, Kazan***

***A.R. Fatrakhmanov,***

***Master's student of the Department of Electrical Equipment***

*Kazan National Research technical university named after A.N. Tupolev*

*Russia, Kazan*

**INVESTIGATION OF THE ALGORITHM FOR DETECTING  
IMAGE BRIGHTNESS ON THE BASIS OF THE WILCOXON  
CRITERION**

***Abstract:** The article is devoted to the topic of image processing based on the application of the nonparametric Wilcoxon criterion. The application of this criterion involves converting the brightness of the image into such an attribute as the value of the rank function for each pixel of the analyzed area of the image, while calculating the extremum of the rank function makes it possible to establish the location and type of changes in brightness in the image. However, as previous studies have shown, the value of the extremum value depends on the signal-to-noise ratio in the image, and along with the true extrema, local extrema are also distinguished, which complicates the solution of the problem of further image segmentation. This paper presents the results of statistical studies of the Wilcoxon test for detecting brightness differences in images with different signal-to-noise ratios and sample sizes. The minimum signal-to-noise ratio is established, at which the extremum of the rank function tends to its maximum or minimum value, and on the basis of a statistical analysis of the behavior of the rank function, it is proposed to use the difference of rank functions to exclude the allocation of local extrema.*

***Key words:** segmentation, edge detection of image objects, image noise, nonparametric Wilcoxon test, rank function, extrema of the rank function, difference of rank functions.*

В работах [1,2] представлены результаты исследований применения критерия Уилкоксона для выделения перепадов яркостей на полутоновых изображениях, искаженных помехой различной природы и интенсивности. Важной особенностью применения данного критерия является то, что перед его применением не производится предварительная фильтрация зашумленного изображения, тогда как в работе [3] рекомендуется ее проводить. Результаты исследований показали, что критерий не критичен к законам распределения помех и позволяет выделять перепады яркостей на изображениях при соотношениях сигнал/шум, близких к единице. Работа алгоритма на основе применения критерия Уилкоксона заключается в следующем [4]. В анализируемой строке (столбце) изображения берутся выборки  $X$  и  $Y$  соответственно размером  $n_1$  и  $n_2$  так, что размер общей выборки  $N = n_1 + n_2$ . После построения вариационного ряда вычисляется сумма рангов выборки  $Y$  в общей выборке относительно анализируемого пикселя. Таким образом, яркость пикселя изображения заменяется на такой атрибут как ранг (сумма рангов). При движении общей выборки по строке (столбцу) изображения для каждого пикселя вычисляется его ранг (сумма рангов). В итоге получается случайная ранговая функция. Для  $n_1 = n_2 = 5$  ( $N=10$ ) максимальное значение суммы рангов в ранговой функции в точке перепада яркости равно 40 единицам (увеличение яркости), минимальное значение суммы рангов в точке перепада яркости равно 15 единицам (уменьшение яркости). При соотношениях сигнал/шум, близких к единице, максимальное и минимальное значения ранговой функции соответственно уменьшается и увеличивается, при соотношениях же больше единицы они стремятся к своим экстремальным значениям.

Анализ результатов исследований показал, что при визуальной оценке местоположения перепада яркости экстремум функции имеет место в точке перепада с ошибкой до определенного числа пикселей. Однако

определение экстремумов алгоритмическим путем по трем точкам (пикселям) помимо выделения экстремумов перепада яркостей приводит к выделению ложных, не связанных с перепадом яркостей экстремумов. Они, как правило, имеют место на участках изображения с монотонной яркостью. Использование в алгоритме пяти точек снижает вероятность появления ложных экстремумов, но не исключает их появления. Это в свою очередь существенно снижает возможности по созданию алгоритма сегментации изображений на основе предлагаемого критерия с точки зрения выделения на них контуров объектов. В то же время возможности применения критерия Уилкоксона для выделения (обнаружения) малых перепадов яркостей на зашумленных изображениях предопределили проведение дальнейших исследований по выявлению закономерностей поведения ранговых функций, позволяющих однозначно определять местоположения перепадов яркостей на изображениях с минимальной ошибкой.

При проведении исследований для полутоновых изображений с  $2^8$  уровнями яркостей были использованы следующие показатели.

Среднее значение  $S_{cp}$  яркости двух смежных областей изображения относительно точки перепада яркостей в пределах суммы двух выборок  $n_1$  и  $n_2$ :

$$S_{cp} = (\sum_{i=1}^{n_1} X_i + \sum_{j=1}^{n_2} Y_j) / (n_1 + n_2).$$

Среднее отклонение яркостей  $S$ :

$$S = ((\sum_{i=1}^{n_1} |X_i - S_{cp}|) + (\sum_{j=1}^{n_2} |Y_j - S_{cp}|)) / (n_1 + n_2).$$

Соотношение сигнал/шум  $K = S/\sigma$ ,

где  $S$  – среднее отклонение яркости;

$\sigma$  – среднеквадратическое отклонение шума для заданного закона распределения.

Вероятность  $P$  появления экстремального значения ранговой функции при соответствующем значении величины  $K$ .

Ошибка  $T$  выделения перепада яркостей относительно истинного его местоположения (в пикселях).

При проведении исследований использовался фрагмент гипотетического полутонового изображения в виде строки длиной в 30 пикселей, в которой чередовались области с одинаковой яркостью и длиной в 10 пикселей каждая так, что яркость сначала увеличивается, а затем уменьшается. В качестве шумов использовались гауссов шум  $N(0,1)$  и биполярная импульсная помеха с амплитудой импульсов, равной единице, и вероятностью появления каждого, равной 0,5. Ошибки соответствия шумов их теоретическим значениям составили менее 3%. Программа формирования ранговых функций реализована на языке программирования Си.

Результаты проведенных исследований представлены в таблицах 1-7. В данных таблицах  $P_{40}$  и  $P_{15}$  означают вероятность появления экстремальных значений ранговой функции, в скобках при  $T$  указана вероятность появления данной величины ошибки. Знаком (\*) помечены ошибки выделения перепада яркости для двух соседних пикселей с одинаковыми значениями ранговой функции.

В таблице 1 представлены результаты исследования для гауссова шума и  $N=10$ . Как видно из результатов, при значении  $K$  больше 1,5 вероятность  $P$  появления экстремальных значений ранговой функции стремится к единице, ошибка  $T$  составляет не более 2 пикселей с вероятностью не более 0,45. В соответствии с задачей исключения

выделения ложных экстремумов был проведен всесторонний анализ поведения ранговых функций. При этом была обнаружена важная закономерность: разность значений прямой ранговой функции и встречной ранговой функции для одного и того же фрагмента изображения при заданном пороге значения этой разности позволяет однозначно выделять истинное местоположение перепада яркостей. Также установлено, что в этом случае существенно снижается количество сдвоенных значений ранговой функции. В таблице 2 представлены реализации прямой и встречной ранговых функции и их разность для  $K=1,5$  и порога, равного 22. В таблице 3 представлены реализации прямой и встречной ранговых функции и их разность для  $K = 2,0$  и порога, равного  $\pm 25$ . Разность в  $\pm 25$  единиц является максимальной для  $N=10$ . Следует подчеркнуть, что соотношение сигнал/шум  $K = 1,5$  и менее характеризует слабоконтрастные участки изображений с перепадом яркостей в 6 и менее единиц. Для сильноконтрастных же участков изображений, таким образом, разность экстремальных значений ранговых функций будет всегда равна  $\pm 25$  единиц.

Таблица 1 - Результаты исследований для гауссова шума.  $N=10$ .

S	K	$P_{40}$	T	$P_{15}$	T
1,0	1,0	0,4	1(0,35)	0,45	1(0,3)
			2(0,15)		2(0,1)
			5(0,05)		
1,5	1,5	0,8	1(0,3)*	0,75	1(0,15)*
					2(0,15)
					3(0,05)
2,0	2,0	1,0	1(0,15)*	1,0	1(0,3)*
			2(0,05)*		2(0,05)*
3,0	3,0	1,0	1(0,2)*	1,0	1(0,4)*
			2(0,05)*		2(0,05)*

Таблица 2 - Значения ранговых функций для  $K=1,5$  и  $N=10$ .

Гауссов шум.

Значения ранговых функций и их разности																				
28	32	35	35	40	<b>40</b>	35	35	29	26	22	25	18	18	19	<b>18</b>	20	23	23	27	27
27	27	23	23	20	<b>18</b>	19	18	18	25	22	26	29	35	35	<b>40</b>	40	35	35	32	28
1	5	12	12	20	<b>22</b>	16	17	11	1	0	-1	-11	-17	-16	<b>-22</b>	-20	-12	-12	-5	-1

Таблица 3 - Значения ранговых функций для  $K = 2,0$  и  $N=10$ .

Гауссов шум.

Значения ранговых функций и их разности																				
33	35	38	39	40	<b>40</b>	38	33	33	28	27	27	26	20	17	<b>15</b>	19	21	25	23	23
23	23	25	21	19	<b>15</b>	17	20	26	27	27	28	33	33	38	<b>40</b>	40	39	38	35	33
10	12	13	18	21	<b>25</b>	21	13	7	1	0	-1	-7	-13	-21	<b>-25</b>	-21	-18	-13	-12	-10

В таблице 4 представлены результаты исследований для импульсной помехи и для  $N=10$ . Как и для гауссова шума при значениях  $K = 1,5$  и больше вероятность  $P$  появления экстремальных значений ранговой функции, стремится к единице. В таблице 5 представлены реализации прямой и встречной ранговых функции и их разность для  $K=1,5$  и порога, равного  $\pm 25$  единиц.

Таким образом, использование разности ранговых функций при заданном уровне ее порога однозначно позволяет выделять истинные перепады яркостей на изображениях независимо от закона распределения помехи.

Таблица 4 - Результаты исследований для импульсной помехи.

N= 10.

S	K	P <sub>40</sub>	T	P <sub>15</sub>	T
1,0	1,0	0,3	1(0,3)	0,25	1(0,35)
			2(0,35)		2(0,25)
			3(0,1)		3(0,05)
1,5	1,5	1,0	1(0,3)*	0,9	1(0,25)*
					2(0,05)*
2,0	2,0	1,0	1(0,25)*	1,0	1(0,45)*
3,0	3,0	1,0	1(0,2)*	1,0	1(0,4)*
			2(0,05)*		2(0,05)*
			3(0,05)*		

Таблица 5 - Значения ранговых функций для импульсной помехи.

K=1,5 и N=10.

Значения ранговых функций и их разности
---

35 35 37 39 40 **40** 35 32 26 27 22 25 23 23 17 **15** 18 20 24 29 31  
 31 29 24 20 18 **15** 17 23 23 25 22 27 26 32 35 **40** 40 39 37 35 35  
 4 6 13 19 22 **25** 18 9 3 2 0 -2 -3 -9 -18 **-25** -22 -19 -13 -6 -4

Ранее проведенные и представленные в данной работе результаты исследований были получены для общей выборки N=10. В то же время

было важно узнать возможности применения критерия Уилкоксона для общей выборки  $N = n_1 + n_2 = 4 + 4 = 8$ . Результаты исследований представлены в таблицах 6 и 7. Данные результаты показывают идентичность возможностей применения критерия Уилкоксона для  $N=8$  и  $N=10$ . Таким образом, снижение размерности выборки до 8 может позволить выделять перепады яркостей малоразмерных объектов на изображениях с допустимой точностью.

Таблица 6 - Результаты исследований для гауссова шума.  $N=8$ .

S	K	$P_{40}$	T	$P_{15}$	T
1,0	1,0	0,9	1(0,5)*	0,85	1(0,3)*
		0,9	2(0,05)*	0,85	2(0,1)*
2,0	2,0	1,0	1(0,2)*	1,0	1(0,4)*
		1,0	2(0,05)*	1,0	2(0,05)*
3,0	3,0	1,0	1(0,15)*	1,0	1(0,35)
		1,0	1(0,1)*	1,0	3(0,05)

Таблица 7 - Результаты исследований для импульсной помехи.  $N=8$ .

S	K	$P_{40}$	T	$P_{15}$	T
1,0	1,0	0,4	1(0,35)	0,45	1(0,3)
		0,4	2(0,15)	0,45	2(0,1)
2,0	2,0	1,0	1(0,30)*	1,0	1(0,3)*
		1,0	2(0,05)*		
3,0	3,0	1,0	1(0,25)*	1,0	1(0,45)*
		1,0	2(0,1)*	1,0	2(0,15)*

Таким образом, полученные результаты исследований показывают, что эффективность применения непараметрического критерия Уилкоксона в алгоритме выделения перепадов яркостей на изображениях может быть повышена за счет использования значений разностей ранговых функций, превышающих заданный порог для их выделения.

Также установлено, что снижение размерности общей выборки критерия до  $N=8$  по сравнению с  $N=10$  не снижает вероятность и точность выделения местоположения перепада яркости для малоразмерных объектов изображений.

#### **Использованные источники:**

1. Дудка Н.А. Оценка возможностей применения непараметрического критерия для алгоритма сегментации изображений //Теория и практика современной науки.-2020.-№3(57). С.288-295.
2. Дудка Н.А., Фатрахманов А.Р., Кашапов М.Р. Исследование возможностей применения непараметрического критерия в задаче обнаружения контуров на изображениях, искаженных импульсной помехой // Теория и практика современной науки. – 2020. - №4(58). С. 209-214.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений – Москва: Техносфера, 2005. - 1070 с.
4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – 13-е изд, исправленное. - М.: Наука, Гл. ред. физ.- мат. лит., 1986. - 544 с.