

*Дудка Н.А., к.техн.н.*

*доцент*

*кафедра «Электрооборудование»*

*Казанский национальный исследовательский технический*

*университет им. А.Н. Туполева*

*Россия, г. Казань*

## **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА ЗАШУМЛЕННОГО СИГНАЛА НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ЛИФТИНГОВОЙ СХЕМЫ**

*Аннотация: В статье рассматривается вариант оценки амплитуды прямоугольного импульсного сигнала выделенного из шума на основе применения непараметрического критерия Уилкоксона. Для оценки амплитуды применена лифтинговая схема биортогональных вейвлетов. При этом рассматривались варианты предварительной обработки сигнала в виде его декомпозиции без вычисления коэффициентов преобразования. Фактически в процессе статистического моделирования производилась оценка математического ожидания случайной выборки сигнала в точках его дискретизации. На основе выбранных вариантов лифтинговой схемы и ее дополнений были разработаны соответствующие процедуры обработки импульсного сигнала и произведена оценка точности определения его амплитуды.*

*Ключевые слова: Импульсный сигнал, непараметрический критерий Уилкоксона, математическое ожидание статистической выборки, лифтинговая схема, статистическая оценка амплитуды импульсного сигнала прямоугольной формы.*

*Dudka N.A., candidate of technical sciences Associate Professor,*

*Department of Electrical Equipment*

*Kazan National Research Technical*

*University A.N. Tupolev*

*Russia, Kazan*

## **ESTIMATION OF THE PARAMETER OF A NOISY SIGNAL BASED ON THE USE OF A LIFTING SCHEME**

*Abstract: This article examines a method for estimating the amplitude of a rectangular pulse signal extracted from noise using the nonparametric Wilcoxon signed-rank test. A biorthogonal wavelet lifting scheme was used to estimate the amplitude. Preprocessing options for signal decomposition without calculating transformation coefficients were also considered. In fact, during the statistical modeling process, the mathematical expectation of a random signal sample was estimated at its sampling points. Based on the selected lifting scheme variants and their additions, corresponding pulse signal processing algorithms were developed, and the accuracy of its amplitude determination was assessed.*

*Keywords: Pulse signal, nonparametric Wilcoxon test, mathematical expectation of a statistical sample, lifting scheme, statistical estimation of the amplitude of a rectangular pulse signal.*

В работе [1] представлены результаты исследований по применению отдельных статистических методов для оценки амплитуды зашумленного

импульсного сигнала прямоугольной формы. В то же время для фильтрации зашумленных сигналов в теории и на практике широко применяются вейвлет преобразования. Одним из таких преобразований является лифтинговая схема и ее отдельные виды [2,3,4]. В основе применения лежит декомпозиция анализируемого сигнала. В данной работе производится декомпозиция сигнала без последующих вычислений коэффициентов вейвлет преобразований.

Для проведения исследований использовался сигнал  $X$  в виде последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой 7 единиц на который накладывался гауссов шум с параметрами  $N(0, \sigma)$ , где  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение ( $\sigma = 1$ ). Предполагалось, что импульс непосредственно был выделен на основе применения непараметрического критерия Уилкоксона [1] и представляет собой случайную последовательность из 15 значений амплитуды в точках его дискретизации. Последовательность разбивалась на нечетные и четные отсчеты: нечетные – 1,3,5,7,9,11,13,15; четные – 2,4,6,8,10,12,14. В процессе исследований использовались следующие варианты лифтинговой схемы:

**1. Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) подтянутых (процесс лифтинга) значений сигнала нечетных отсчетов на основании прогноза сигнала четных отсчетов..**

**2. Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) суммы подтянутых значений сигнала в нечетных отсчетах и значений исходного сигнала в четных отсчетах.**

**3. Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) подтянутых всех значений сигнала для четных и нечетных отсчетов.**

***Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) подтянутых (процесс лифтинга) значений сигнала нечетных отсчетов на основании прогноза сигнала четных отсчетов.***

Декомпозиция исходного зашумленного сигнала производилась по следующей зависимости:

$$X_i^* = X_i + K \cdot (X_{i+1} - X_i), \quad i = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13.$$

Коэффициент  $K$  в лифтигновой схеме принимается равным 0,5. В то же время было важно оценить возможности данной схемы и для других значений коэффициента  $K$ , например: 0.3;0.4;0.6;0.7.

Как и в работе [1] проводилась серия испытаний из 5 опытов по 1000 реализаций в каждом. Цель – сравнить полученные результаты с результатами предыдущих испытаний на предмет выбора наиболее эффективных алгоритмов фильтрации сигнала. Следует подчеркнуть, что получаемые значения случайной последовательности относятся к малым выборкам и получаемые значения амплитуды (математического ожидания) усредняются за счет достаточно большого количества испытаний. Результаты испытаний представлены в таблице 1.

Таблица 1. Значения испытаний оценки амплитуды по нечетным подтянутым значениям сигнала

К	МО1	МО2	МО3	МО4	МО5	Среднее значение	Отклонение
0.3	7.0117	6.9630	7.0086	6.9860	7.0101	6.9958	- 0.0042
0.4	6.9933	7.0177	6.9896	6.9962	7.0102	7.0024	+ 0.0024
0.5	6.9876	6.9890	7.0010	7.0214	6.9900	6.9978	- 0.0022
0.6	6.9980	7.0089	6.9939	7.00019	7.0109	7.0022	+ 0.0022
0.7	7.0080	6.9997	6.9863	6.9962	7.0189	7.0018	+ 0.0018

В таблице МО1, МО2, МО3, МО4, МО5 – оценки математического ожидания амплитуды сигнала в испытаниях с первого по пятое. Из таблицы видно, что при коэффициенте  $K = 0.7$  отклонение минимальное.

***Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) суммы подтянутых значений сигнала в нечетных отсчетах и значений исходного сигнала в четных отсчетах.***

В выше приведенном исследовании использовались только нечетные подтянутые значения анализируемого сигнала. В рассматриваемом варианте предложено увеличить выборку до 15 значений. При этом оценка амплитуды сигнала (математического ожидания)  $Y$  производилась по следующим зависимостям:

$X^* = X_1^* + X_3^* + X_5^* + X_7^* + X_9^* + X_{11}^* + X_{13}^*$  ;  $X^*$  - сумма подтянутых значений сигнала нечетных отсчетов.

$X_* = X_2 + X_4 + X_6 + X_8 + X_{10} + X_{12} + X_{14}$ ;  $X_*$  - сумма исходных значений сигнала четных отсчетов.  $Y = (X_* + X^*) / 14$ .

Результаты испытаний по принятой методике представлены в таблице 2.

Таблтка 2. Значения испытаний оценки амплитуды по средней сумме подтянутых и исходных значений сигнала

К	МО1	МО2	МО3	МО4	МО5	Среднее значение	Отклонение
0.3	7.0082	7.0035	6.9969	6.9978	6.9858	6.9984	- 0.0016
0.4	6.9951	6.9866	7.0029	6.9880	6.9940	6.9933	- 0.0067
0.5	7.0014	7.0132	7.0011	7.0015	7.0036	7.0041	+ 0.0041
0.6	7.0101	6.9890	7.0099	6.9870	7.0129	7.0017	+ 0.0017
0.7	7.0027	6.9932	7.0110	7.0117	7.0119	7.0061	+ 0.0061

В таблице MO1, MO2, MO3, MO4, MO5 – оценки математического ожидания амплитуды сигнала в испытаниях с первого по пятое. Из таблицы видно, что наименьшее отклонение при оценке амплитуды сигнала достигается при значениях коэффициентов  $K = 0.3$  и  $K = 0.6$ . Фактически такое же отклонение имеет место в первом варианте лифтинговой схемы, но уже при  $K = 0.7$  (таблица 1).

***Оценка амплитуды сигнала (математического ожидания) подтянутых всех значений сигнала для четных и нечетных отсчетов.***

В данном виде лифтинговой схемы предполагается, что прогноз производится для всех значений в точках дискретизации сигнала и подтягивание производится для всех точек, за исключением последней. Вычисление подтянутых значений и оценка амплитуды  $Y$  производилась по следующим зависимостям:

$$X_i^* = X_i + K \cdot (X_{i+1} - X_i), \text{ где } i = 1, \dots, 14. Y = (\sum X_i^*) / 14.$$

Полученные результаты исследований представлены в таблице 3. Методика проведения испытаний прежняя.

Таблица 3. Значения испытаний оценки амплитуды по средней сумме всех подтянутых значений сигнала (кроме последнего).

К	MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	Среднее значение	Отклонение
0.3	6.996761	6.999315	6.992549	6.988466	7.005275	6.996473	- 0.003527
0.4	6.998909	6.998057	7.003014	7.000596	6.998176	6.999750	- 0.000250
0.5	7.004881	6.980074	7.008158	7.009528	6.999525	7.000433	+ 0.000433
0.6	6.983808	6.995569	6.993764	6.996801	7.006010	6.995190	- 0.004810
0.7	6.998414	6.977238	6.984407	6.987045	6.996812	6.988790	- 0.011209
						5	

Из таблицы видно, что наименьшее отклонение оценки амплитуды сигнала достигается при значениях коэффициентов  $K = 0.4$  и  $K = 0.5$ . При этом значения отклонения в данном случае меньше наименьшего значения отклонения, представленного в работе [1] (средняя оценка амплитуды - 6.9984, отклонение - 0.0016), и меньше выше представленных результатов исследования для вариантов лифтинговой схемы.

Таким образом, в результате проведенных экспериментальных исследований получены оценки амплитуды зашумленного сигнала на основе применения лифтинговой схемы его преобразования. Наиболее точные оценки амплитуды сигнала получены для варианта среднего значения суммы подтянутых всех значений сигнала (кроме последнего). Собственно данный вариант выходит за рамки предварительного преобразования сигнала на основе лифтинговой схемы, однако полученные экспериментальные результаты данного варианта предполагают разработку результативных алгоритмов фильтрации зашумленных импульсных сигналов прямоугольной формы.

#### **Использованные источники:**

1. Дудка Н. А. Оценка параметра сигнала выделенного из шума на основе применения непараметрического критерия [Электронный ресурс] // Теория и практика современной науки. – 2026. -№ 2(128) (дата публикации \_02.2026) – URL: [hthh://www.modern-j.ru](http://www.modern-j.ru) (дата обращения 10.04.2026)
2. В.А. Желудов, А.Б. Певный. Лифтинговые схемы для вейвлетного преобразования дискретных сигналов. – Вестник Сыктывкарского университета, Серю 1.Вып 1.2001.
3. В.Н. Малоземов, А.Б. Певный, Н.А. Селянинова. Прямая лифтинговая схема. – Вестник Сыктывкарского университета. Сер.1.Вып.6. 2006.

4. В. Н. Берцун, А. А. Барт. Основы кратномасштабного вейвлет – анализа: учебное пособие. – Томск: Томский государственный университет, 2024. – 102 с.