

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ В МЕХАНИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

*Университет экономики и педагогики, Узбекистан, Карши*  
*Кафедра «Математика», доцент М. К. Мовлонов*

**Аннотация.** В данной статье рассматриваются понятие векторов и их применение к основным задачам классической механики. Показано, что такие физические величины, как сила, путь, скорость, ускорение, импульс и момент, обладают векторной природой, что иллюстрируется на примерах. Также анализируются преимущества использования компонентного метода, метода проекций и операций над векторами при решении механических систем.

**Ключевые слова:** вектор, сила, реакция опоры, механика, скорость, перпендикуляр, параллельность, момент, проекция, динамика, статика, вес.

## APPLICATIONS OF VECTORS IN MECHANICAL PROBLEMS

*University of Economics and Pedagogy, Uzbekistan, Karshi*  
*Department of Mathematics, Associate Professor M. K. Movlonov*

**Annotation.** This article examines the concept of vectors and their application to fundamental problems of classical mechanics. It is shown, through illustrative examples, that physical quantities such as force, displacement, velocity, acceleration, momentum, and moment have a vector nature. The advantages of using the component method, the projection method, and vector operations in solving mechanical systems are also analyzed.

**Keywords:** vector, force, support reaction, mechanics, velocity, perpendicularity, parallelism, moment, projection, dynamics, statics, weight.

**Введение.** Теория векторов является одним из важных разделов математики, и многие физические величины в механике выражаются именно в векторной форме. В классической механике движение тел, действующие на них силы, моменты, изменение импульса и другие процессы изучаются с использованием векторного анализа. Поэтому применение векторов к механическим задачам имеет важное практическое значение в инженерии, архитектуре, физической математике и образовательной сфере.

В современной математике применение понятия вектора играет важную роль. С помощью векторов решаются многочисленные задачи различной степени сложности. Поэтому актуальность данной темы сохраняется до настоящего времени. Интерес человечества к понятию вектора связан с возникновением задач в механике и физике в XIX веке, и первое определение вектора было введено ирландским математиком Уильямом Гамильтоном в 1845 году. Вскоре в различные области мировой науки стали активно внедряться векторные вычисления. Были созданы методы вычислений с использованием векторов, проведён их аналитический анализ, а также была выдвинута теория векторных пространств[1].

Применение векторов и их роль в курсе математики соответствуют требованиям учебной программы, поскольку понятие вектора является одним из важнейших математических понятий и имеет существенное значение также при изучении других дисциплин. Одним из фундаментальных понятий математики является понятие «вектор». Развитие данного понятия связано с его широким применением в различных областях математики, информатики, механики, а также в технологии. Векторы широко используются в различных направлениях математики и механики, и благодаря этому студенты получают большие

возможности при изучении данных дисциплин и в своей дальнейшей профессиональной деятельности[2].

По наклонной плоскости скользит тело (рисунок 1). Согласно второму закону Ньютона, результирующее действие сил, действующих на тело, равно  $F=ma$ .

На данное тело действуют следующие силы:

$P$  — сила тяжести,  $P \sin \alpha$  — составляющая силы тяжести, направленная вдоль наклонной плоскости и вызывающая движение вниз,  $F_{тр}$  — сила трения,  $N$  — реакция опоры, а также

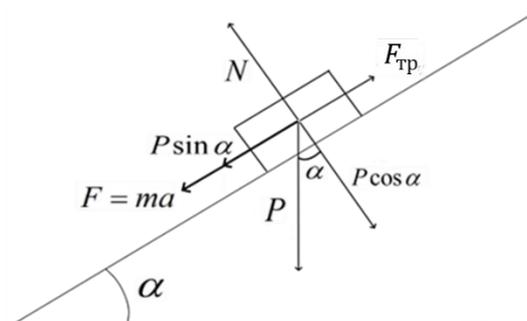


рисунок 1

$P \cos \alpha$  — составляющая силы тяжести, создающая давление на наклонную плоскость. Сумма сил, действующих на тело, равна  $ma$ . Для этого спроецируем силы на оси  $Ox$  и  $Oy$ . Ось  $Ox$  направим вдоль наклонной плоскости вправо, а ось  $Oy$  — перпендикулярно плоскости вверх.

При рассмотрении проекций на ось  $Oy$  получаем:  $N - P \cos \alpha = 0$ .

По оси  $Ox$ :  $-P \sin \alpha + F_{тр} = ma$ .

Тогда равнодействующая сил, действующих на тело, имеет вид

$$-P \sin \alpha + F_{тр} + N - P \cos \alpha = ma,$$

или, с учётом условий равновесия по оси  $Oy$ ,

$$-P \sin \alpha + F_{тр} = ma.$$

Это является уравнением движения тела вдоль наклонной плоскости.

Применение векторов при движении тел по наклонной плоскости позволяет проектировать силы по направлениям, выводить уравнения движения и определять равнодействующую силу.

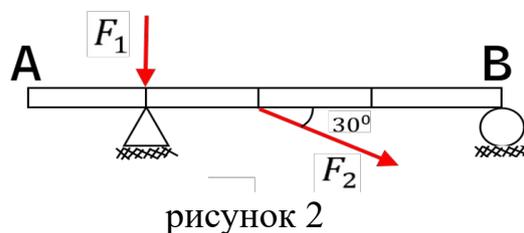
Научные исследования, связанные с моделированием системы сил с помощью векторов, занимают важное место в механике, инженерии, математике и вычислительной технике[3,4].

Сила — это механическое воздействие, оказываемое на тело другими телами, которое приводит к изменению состояния его движения или к деформации. С математической точки зрения сила рассматривается как векторная физическая величина, поскольку обладает направлением. Вектор силы в пространстве определяется следующим образом:

$$\vec{F} = (F_x; F_y; F_z) \in R^3,$$

где  $F_x, F_y, F_z$  — проекции силы соответственно на координатные оси  $Ox, Oy$  и  $Oz$ .

**Задача.** На горизонтальную балку длиной 4 метра, изображённую на рисунке, действуют две внешние силы. Сила  $F_1 = 300\text{ N}$  приложена на расстоянии 1 метра от левого конца балки (точки  $O$ ) и направлена вертикально вниз. Сила  $F_2 = 400\text{ N}$  приложена в середине балки и направлена под углом  $30^\circ$  вниз и вправо. Левый конец балки  $A$  — жёсткая опора (воспринимает силы и момент), правый конец  $B$  — роликовая опора (воспринимает только вертикальную реакцию) (рис. 3). Требуется определить: результирующий вектор сил, действующих на балку, горизонтальную и вертикальную реакции опоры  $A$ , а также вертикальную реакцию опоры  $B$  [4].



**Решение.** Так как сила  $F_1$  направлена строго вертикально вниз, то  $\vec{F}_1 = \{0; -300\} N$ . Сила  $F_2$  направлена вниз под углом  $30^\circ$ , поэтому:

$$F_{2x}^{\square} = F_2 \cdot \cos 30^\circ = 400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 346,4\text{ N},$$

$$F_{2y}^{\square} = -F_2 \cdot \sin 30^\circ = -400 \cdot \frac{1}{2} \approx -200\text{ N}.$$

Следовательно,  $\vec{F}_2 = \{346,4; -200\} N$ .

Результирующий вектор сил:  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \{346,4; -500\} N$ .

Уравнение моментов относительно точки  $A$ :  $\sum M = 0$ .

Момент силы  $F_1$ :  $M_{F_1} = -300 \cdot 1 = -300 \text{ N} \cdot \text{m}$ , момент силы  $F_2$ :  
 $M_{F_2} = -200 \cdot 2 = -400 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

Момент реакции в точке В:  $M_B = F_{B_y} \cdot 4 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

Уравнение моментов:

$$M_{F_1} + M_{F_2} + M_{B_y} = 0, -300 - 400 + 4 F_{B_y} = 0, F_{B_y} = 175 \text{ N}.$$

Условие равновесия по вертикальным силам:

Условие равновесия по вертикальным силам:

$$F_{A_y} + F_{B_y} - 300 - 200 = 0, F_{A_y} = 325 \text{ N}.$$

Вертикальные силы в условиях равновесия

$$F_{A_y} + F_{B_y} - 300 - 200 = 0, F_{A_y} = 325 \text{ N}.$$

Условие равновесия по горизонтальным силам:

$$F_{A_x} + R_x = 0, F_{A_x} = -346,4.$$

**Заключение.** Векторы являются одним из наиболее фундаментальных средств при математическом описании механических задач. Благодаря разделу математики - векторному анализу - можно строго и однозначно описывать направление и модуль сил, положение и параметры движения тела, а также моменты и условия равновесия с использованием координатной - основанных и строго выведенных математических уравнений. В целом, алгебра векторов является необходимой и эффективной теоретической основой для математического моделирования и анализа механических процессов, а её широкое применение обеспечивает высокую результативность как в образовательной сфере, так и в промышленной практике[5,6].

Следовательно, при решении задач статики использование векторного представления сил и их проекций, а также уравнений равновесия сил и моментов позволяет определить распределение сил, действующих на балку, и реакции опор.

### **Использованная литература.**

1. Ибрагимов С. Л., Мовлонов М. К. КВАДРАТИЧНЫЕ СТОХАСТИЧЕСТИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ, ПОСТРОЕННЫЕ ПО БИНОМИАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМ //Химия, физика, биология, математика: теоретические и прикладные исследования. – 2021. – С. 27-31.
2. Арнольд В.И. *Математические методы классической механики.* — М.: Наука, 1989. — 472 с
3. Movlonov M. K. Zamonaviy axborot texnologiyalaridan foydalanish orqali matematik fani elementlarini o‘rganish //Экономика и социум. – 2024. – №. 11-2 (126). – С. 308-311.
4. Kalandarovich, Movlonov Ma’ruf. "МАТЕМАТИКА DARSLARIDA VIZUALIZATSIYA VA GRAFIK VOSITALARDAN FOYDALANISH." *Международный научный журнал* 2.1 (2025): 11-14.
5. Меркин Д.Р. *Введение в механику с векторным анализом.* — СПб.: Лань, 2012. — 256 с
6. Komolov H. M. RAQAMLI MUHITDA BO‘LAJAK BOSHLANG‘ICH SINFI O‘QITUVCHILARINING KASBIY TAYYORGARLIGINI RIVOJLANTIRISHDA MUSTAQIL TA‘LIMNING O‘RNI //Теория и практика современной науки. – 2024. – №. 12 (114). – С. 9-13.